

國立馬公高級中學 112 學年 第 2 學期 數學競試							
科 目	數 學	科 別	普 通 科		適用年級	一、二年級	適用班級
命題教師		考生資料	班級		座號		姓名
注意事項	計算題必須有推演計算過程，結果必須算出，否則不予計分。						

一、計算、證明題(100%)：

- 設 $0 < x < 1$ ，化簡 $\sqrt{1 + 2x\sqrt{1 - x^2}} + \sqrt{1 - 2x\sqrt{1 - x^2}}$
- 已知 y 為實數，求出滿足方程式 $(\log y)^2 + (2^{x+1} + 2^{-x+1})(\log y) + (2^{2x+1} + 2^{-2x+1}) = 0$ 的 y 值。
- 已知 $\frac{-\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ ，求使得 $\sqrt{1 - p^2} \sin x + p \cos x$ 在 $x = \frac{-\pi}{4}$ 時有最小值且在 $x = \frac{\pi}{3}$ 時有最大值的 p 值範圍。
- 已知 $\theta = \tan^{-1} \frac{5}{12}$ ，設 $a = (\cos \theta)^{\frac{1}{2004}} + (\sec \theta)^{\frac{1}{2004}}$ ，求 $\left(\frac{a + \sqrt{a^2 - 4}}{2}\right)^{2004}$ 之值。

5. 設 x 為實數，函數 $f(x)$ 滿足 $f(x) - f(x-1) = x^2$ 。已知 $f(10) = 10$ ，求 $f(100)$ 除以 100 的餘數為何？

6. 設數列 $\{a_n\}$ 滿足 $a_1 = 1$ ， $a_2 = 2$ ， $a_3 = 3$ ， $a_{n+1} = a_n - a_{n-1} + \frac{a_n^2}{a_{n-2}} (n \geq 3)$ ，證明： $\{a_n\}$ 為整數數列

7. 設 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ，若 $0 < f(1) < 3$ ， $1 < f(2) < 4$ ， $2 < f(3) < 5$ ，試求 $f(4)$ 的範圍。

8. 設 x 、 y 、 z 為正實數，且 $x + \frac{1}{y} = y + \frac{1}{z} = z + \frac{1}{x}$ ，(1)試求 $x|y|z$ 之值。(2)試證明：滿足 $x + \frac{1}{y} = y + \frac{1}{z} = z + \frac{1}{x}$ 的解只有 $(x, y, z) = (t, t, t)$ ， $t \in R^+$ 。

【本試題結束】