

說明 1：共 5 題，請直接作答於試卷上，無合理過程不予計分。

說明 2：請確認右上角編號與簽到表之編號一致，作答時不得於試卷上顯示自己身分，違者不予計分。

1. 設 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)，若 $|f(0)| \leq 1$ 、 $|f(1)| \leq 1$ 、 $|f(-1)| \leq 1$ ，

試證明：對任意實數 x 滿足 $-1 \leq x \leq 1$ ，恆有 $|f(x)| \leq \frac{5}{4}$ 。

2. 丟擲一個公正的骰子六次，試求點數和恰為 20 的機率。

3. 銳角 $\triangle ABC$ 中，三內角 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的對邊長分別為 a 、 b 、 c 。

已知 $b^2 + c^2 = 4bc \sin\left(A + \frac{\pi}{6}\right)$ ，試求 $\tan A + \tan B + \tan C$ 的最小值。

4. 已知 n 為正整數，試證： $C_0^{2n} \cdot 3^n + C_2^{2n} \cdot 3^{n-1} + C_4^{2n} \cdot 3^{n-2} + \dots + C_{2n}^{2n} \cdot 3^0$ 為 2^n 的倍數。

5. 如圖所示，一個正五角錐的側面是由五個正三角形所組成，而底面為正五邊形。

求兩相鄰側面之二面角的餘弦值。(參考數據如右) $\cos 36^\circ = \frac{\sqrt{5}+1}{4}, \sin 36^\circ = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$

